

低滑动率摆线正齿轮啮合特性与疲劳寿命研究^{*}

STUDY ON MESHING CHARACTERISTICS AND FATIGUE LIFE OF CYCLOIDAL SPUR GEARS WITH LOW SLIDING RATE

许建民^{**1,2} 郑庆杰¹ 刘坤¹ 龚晓岩¹ 宋雷¹

(1. 厦门理工学院 机械与汽车工程学院, 福建 361024)

[2. 柔性化装备制造集成福建省高校重点实验室 (厦门工学院), 福建 361021]

XU JianMin^{1,2} ZHENG QingJie¹ LIU Kun¹ GONG XiaoYan¹ SONG Lei¹

(1. School of Mechanical and Automotive Engineering, Xiamen University of Technology, Fujian 361024, China)

[2. The High Educational Key Laboratory for Flexible Manufacturing Equipment of Fujian Province
(Xiamen Institute of Technology), Fujian 361021, China]

摘要 为提高齿轮的传动性能,基于啮合线原理提出了一种低滑动率摆线正齿轮。首先通过齿轮啮合原理推导出摆线正齿轮齿廓与过渡曲线方程;然后基于齿廓参数与重合度公式计算得出其最大重合度为 3.013 4;最后分析了摆线正齿轮啮合过程中的稳定性、接触应力和疲劳寿命。结果表明,高重合度摆线齿轮齿间切向啮合力为 1 238.2 N,与相同工况下的渐开线标准齿轮相比,减小了 5.24%;通过疲劳寿命分析可知,最小疲劳寿命为 4.534×10^6 次,齿面接触应力主要集中在齿轮啮合位置以及齿根部位,因此疲劳破坏易发生于主动轮与从动轮啮合处以及齿根部位。

关键词 摆线正齿轮 重合度 滑动率 疲劳寿命

中图分类号 TH132.46

Abstract In order to improve the transmission performance of gears, a low sliding rate cycloidal spur gear based on the meshing line principle was presented. Firstly, the equations of gear sub tooth profile and transition curve were derived from the gear meshing principle. Then, the maximum degree of overlap was calculated as 3.013 4 based on the gear meshing principle and the overlap equation. Finally, computer simulation was conducted to analyze the stability, contact stress and fatigue life during the meshing process. The results show that the tangential meshing force between the teeth of the high overlap cycloidal gear is 1 238.2 N, which is 5.24% smaller than that of the involute standard gear under the same working condition. The fatigue life analysis shows that the minimum fatigue life is 4.534×10^6 times, and the tooth surface contact stress is mainly concentrated in the gear meshing position and the tooth root part, so the fatigue damage is easy to occur in the driving gear and driven gear meshing and tooth root part.

Key words Cycloidal spur gear; Coincidence degree; Sliding rate; Fatigue life

Corresponding author: XU JianMin, E-mail: xujianmin1020@163.com, Tel/Fax: +86-592-6291386

The project supported by the National Key Research and Development Program of China (No. 2023YFB3406500), the Natural Science Foundation of Fujian Province (No. 2020J01269), and the High Educational Key Laboratory for Flexible Manufacturing Equipment of Fujian Province (Xiamen Institute of Technology) Open Subjects (No. pk1fmeik2020002).

Manuscript received 20221101, in revised form 20221205.

0 引言

随着制造业的迅速发展,传统机械面对的工况更加复杂。齿轮作为传统机械中最基础、最重要的零件,其啮合特性是机械传动能否维持高效率、高精度的重要保证。然而,随着不同行业特殊要求(高转速、高负

载、高效率)的出现,一般齿轮传动的特性无法满足工业需要。因此,开展新型齿廓曲线理论研究,对提高齿轮传动性能及应用普适性具有重要意义。

齿轮应用到目前为止,使用相对广泛的齿廓曲线主要有三种,即渐开线、摆线以及圆弧曲线。其中,摆线齿廓加工难度最大,但相比渐开线和圆弧曲线,具有

^{*} 20221101 收到初稿, 20221205 收到修改稿。国家重点研发计划项目 (2023YFB3406500), 福建省自然科学基金面上项目 (2020J01269), 柔性化制造装备制造集成福建省高校重点实验室 (厦门工学院) 开放课题 (pk1fmeik2020002) 资助。

^{**} 许建民 (通信作者), 男, 1981 年生, 湖南邵阳人, 汉族, 厦门理工学院副教授, 博士, 主要研究方向为精密驱动与传动。

齿根弯曲强度高、接触强度大等特性,且存在滑动率低的特点,能有效降低摩擦磨损与胶合,保持齿轮的传动精度。为了降低摆线齿廓加工难度,优化传动特性,陈兵奎等^[1-2]以共轭曲线为基础,根据等距包络法,提出了用管状啮合曲面建立圆弧齿廓。BAI H 等^[3]根据齿轮传动原理和展成原理,建立了圆弧齿椭圆齿轮。PENG Y 等^[4]推导出了齿轮的齿形方程,提出了一种新型的圆弧齿线摆线圆柱齿轮。HAN Z 等^[5]基于微分几何和共轭啮合理论,推导了复合摆线齿廓曲线的共轭齿廓方程。陆龙生等^[6-7]针对摆线轮传动误差与承载能力,提出了新型修形方式。TANG W 等^[8]设计了一种具有双圆弧齿廓的摆线锥齿轮面啮合内啮合副。李红勋等^[9-12]提出了一种高重合度复合摆线内啮合齿廓,建立了共轭齿廓的数学方程。

针对齿廓改变所发生的啮合力变化而导致的滑动问题,王均刚等^[13]提出了一种降低滑动率的椭圆摆线齿轮设计方法,并推导出了齿廓方程。张宇等^[14]基于直线与圆弧两种基本线型及其啮合方程,推导了两组共轭曲线的滑动率公式。在此基础上,陈厚军等^[15]分别对渐开线以及圆弧齿进行了分析,获得两种齿廓的滑动率变化规律。CHEN Y 等^[16]提出了一种新型的齿廓,并推导了新型齿廓的接触曲线、齿厚曲线以及圆柱齿面的计算公式。LI X P 等^[17]分析了大模数圆柱渐开线齿轮副的变异系数和滑动率的影响因素,并通过对数据的计算和分析,实现了总位移分布系数值的优化。

本文在传统啮合线法的基础上推导了新型复合摆线齿廓方程,求解了可用于齿轮传动的最高重合度条件,并以最高重合度为条件建立了高重合度低滑动率摆线齿廓三维模型;计算了该摆线齿轮副的重合度、滑动率等特性;并对其传动稳定性、接触应力、摩擦应力、疲劳寿命等进行了分析。该研究为研发高性能传动齿轮提供理论依据。

1 摆线正齿轮设计及参数计算

1.1 摆线正齿轮设计

如图1所示,主动外齿齿轮以 O_1 点为中心,节圆半径为 r_1 、齿顶圆半径为 r_{a1} ,从动外齿齿轮以 O_2 点为中心,节圆半径为 r_2 、齿顶圆半径为 r_{a2} ,两节圆的切点 P 即为节点。设 A_1A_2 分别为从动外齿齿轮 O_2 和主动外齿齿轮 O_1 的齿顶圆与两圆弧啮合线的交点,则以点 O'' 为圆心、 $O''P=R$ 为半径所形成的圆弧 PA_2 即为齿轮啮出期间的啮合曲线段,而以点 O' 为圆心、 $O'P=(R-r_2)$ 为半径的圆弧 PA_1 就是啮入期间的啮合曲线段,其中, $r_2 < R \leq r_2 + r_1/2$ 。

因为摆线齿轮的圆啮合线为动圆,所以主动外齿齿轮即为齿廓的无包心外摆线,而从动外齿齿轮即为齿廓的包心外摆线。同时,可将半径为 R 的从动齿廓看作半径为 $(R-r_2)$ 的无包心外摆线,且由于两外摆线的等效关系,主动轮齿廓也可看作半径为 $(R-r_2)$ 的无包心外摆线。只要不发生齿廓干涉,从动外齿齿轮的齿根齿廓可以是其他任意形式。

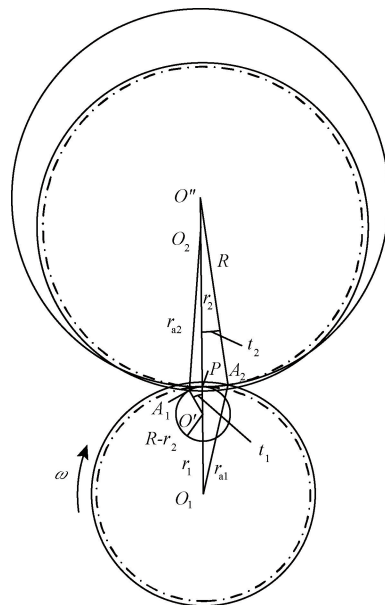


图1 齿轮啮合原理图

Fig. 1 Principle diagram of gear meshing

以节点 P 为坐标原点建立固定坐标系 $(P-x, y)$, y 轴与 O_1O_2 重合,上为正方向, x 轴与其垂直,右为正方向,则其啮出时的啮合线方程可表示为

$$l_{\text{out}} = \begin{bmatrix} R \sin t \\ R(1 - \cos t) \\ 1 \end{bmatrix}, t \in (0, t_2) \quad (1)$$

式中, t 为图1中 $O''P$ 逆时针方向旋转过程中的转角; t_2 为齿轮终止啮合点的参变量。

根据齿廓法线可得一系列位于啮合线上的接触点,其运动轨迹与外主动外齿齿轮和内从动外齿齿轮的运动轨迹相同,即为主动外齿齿轮和从动外齿齿轮的齿廓曲线^[18]。

利用坐标变换式

$$l_1 = \begin{bmatrix} x \sin \varphi_1 + y \sin \varphi_1 + r_1 \sin \varphi_1 \\ -x \sin \varphi_1 + y \cos \varphi_1 + r_1 \cos \varphi_1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中, φ_1 为主动轮转过的微小角度。

以主动外齿齿轮的中心 O_1 为原点,作与之固连并一同旋转的坐标系 (O_1-x, y) ,在初始位置, y 轴与 O_1O_2 重合,上为正方向, x 轴与其垂直,进而求得其主动外齿齿轮齿顶部分的无包心外摆线齿廓方程:

$$l_{1a} = \begin{bmatrix} -(R+r_1)\sin\frac{Rt}{r_1} + R\sin(\frac{Rt}{r_1} + t) \\ (R+r_1)\cos\frac{Rt}{r_1} - R\cos(\frac{Rt}{r_1} + t) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

同理,利用坐标变换式,得到

$$l_2 = \begin{bmatrix} x\cos\varphi_2 - y\sin\varphi_2 + r_2\sin\varphi_2 \\ x\sin\varphi_2 + y\cos\varphi_2 - r_2\cos\varphi_2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

以从动外齿齿轮的中心 O_2 为原点,作与之固连并一同旋转的坐标系 (O_2-x, y) , 在初始位置, y 轴与 O_1O_2 重合, x 轴与它垂直,从而可求得从动外齿的齿顶部分的包心外摆线齿廓方程为

$$l_{2a} = \begin{bmatrix} -(R-r_2)\sin\frac{Rt}{r_2} + R\sin(\frac{Rt}{r_2} - t) \\ (R-r_2)\cos\frac{Rt}{r_2} - R\cos(\frac{Rt}{r_2} - t) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

相似地,齿轮啮入期间啮合线方程为

$$l_{in} = \begin{bmatrix} -(R-r_2)\sin t' \\ -(R-r_2)(1-\cos t') \\ 1 \end{bmatrix}, t' \in (0, t_1) \quad (6)$$

式中, t' 为图 1 中 $O'P$ 顺时针方向旋转过程中的转角, t_1 为齿轮起始啮合点的参变量。

于是,可以推导出主动外齿齿轮与从动外齿齿轮的齿根部分无包心内摆线齿廓曲线的方程为

$$l_{1f} = \begin{bmatrix} [r_1 - (R-r_2)]\sin\frac{(R-r_2)t'}{r_1} - (R-r_2)\sin\frac{[(R-r_2)-r_1]t'}{r_1} \\ [r_1 - (R-r_2)]\cos\frac{(R-r_2)t'}{r_1} + (R-r_2)\cos\frac{[(R-r_2)-r_1]t'}{r_1} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$l_{2f} = \begin{bmatrix} -(R-r_2)\sin\frac{Rt'}{r_2} + R\sin(\frac{Rt'}{r_2} - t') \\ (R-r_2)\cos\frac{Rt'}{r_2} - R\cos(\frac{Rt'}{r_2} - t') \\ 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

1.2 最大重合度分析

由重合度定义知,摆线齿轮重合度计算式为

$$\varepsilon = \frac{\varphi_f + \varphi_a}{2\pi/z_1} = \frac{(R-r_2)t_1 + Rt_2}{2\pi r_1/z_1} = \frac{(R-r_2)t_1 + Rt_2}{\pi m} \quad (9)$$

在 $\triangle A_1O'O_2$ 中,由余弦定理可得

$$|A_1O_2|^2 = |A_1O'|^2 + |O'O_2|^2 - 2|A_1O'| \cdot |O'O_2| \cos t_1 \quad (10)$$

$$t_1 = \arccos \frac{|A_1O'|^2 + |O'O_2|^2 - |A_1O_2|^2}{2|A_1O'| \cdot |O'O_2|} \quad (11)$$

式中, $A_1O' = R-r_2$; $O'O_2 = R$; $A_1O_2 = r_{a2}$ 。

同理,在 $\triangle A_2O''O_1$ 中,由余弦定理可得

$$t_2 = \arccos \frac{|A_2O''|^2 + |O''O_1|^2 - |A_2O_1|^2}{2|A_2O''| \cdot |O''O_1|} \quad (12)$$

式中, $A_2O'' = R$; $O''O_1 = R+r_1$; $A_2O_1 = r_{a1}$ 。

由上文可知,长度与模数 m 成正比,角度值与模数 m 无关,因此重合度与模数无关,仅与两啮合齿轮的齿数以及齿顶高系数有关,且随之增大而增大。当 $R=r_2+r_1/2$ 时,重合度达到极大值。

1.3 滑动率计算

齿间相对滑动会增加磨损与交合的发生率,导致齿轮传动耗能变高。因此,为了提高齿轮传动性能,减少损耗,需要降低齿间滑动率。如图 2 所示,某共轭齿廓 1 和 2 相切于 M 点,啮合过程中 M_1 和 M_2 相接触,在此期间,齿廓 1 和齿廓 2 相互滑动。由图 2 可知,两齿廓接触点在齿廓 1 和齿廓 2 划过的弧长分别为 $S_1 = MM_1$ 和 $S_2 = MM_2$ 。

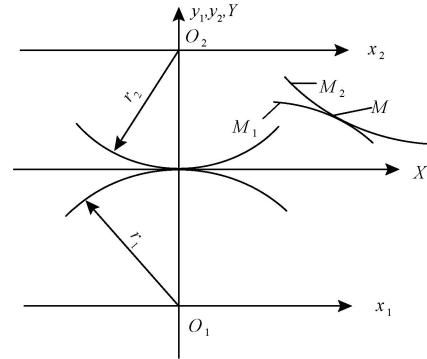


图 2 共轭齿廓啮合原理图

Fig. 2 Schematic diagram of conjugate tooth profiles meshing

根据定义,滑动率(小齿轮为主动轮)的数学表达式为

$$\begin{cases} \sigma_1 = \lim_{\Delta s_1 \rightarrow 0} \frac{\Delta s_1 - \Delta s_2}{\Delta s_1} = \frac{ds_1 - ds_2}{ds_1} \\ \sigma_2 = \lim_{\Delta s_2 \rightarrow 0} \frac{\Delta s_2 - \Delta s_1}{\Delta s_2} = \frac{ds_2 - ds_1}{ds_2} \end{cases} \quad (13)$$

式中,

$$\begin{cases} ds_1 = \sqrt{x_1'^2 + y_1'^2} dy = r \frac{r_1 + h}{r_1(h-y)} dy \\ ds_2 = \sqrt{x_2'^2 + y_2'^2} dy = r \frac{r_2 + h}{r_2(h-y)} dy \end{cases} \quad (14)$$

通过式(13)和式(14),可以推导出滑动率的最后表达式为

$$\sigma_1 = \left[\frac{r(r_1 + h)}{r_1(h - y)} - \frac{r(r_2 - h)}{r_2(h - y)} \right] / \left[\frac{r(r_1 + h)}{r_1(h - y)} \right] = \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) / \left(\frac{1}{r_2} + \frac{1}{h} \right) \quad (15)$$

$$\sigma_2 = \left[\frac{r(r_2 - h)}{r_2(h - y)} - \frac{r(r_1 + h)}{r_1(h - y)} \right] / \left[\frac{r(r_2 - h)}{r_2(h - y)} \right] = \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) / \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{h} \right) \quad (16)$$

由于摆线啮合齿轮副的啮合线是个圆,而在啮合线上的任意一点,都有 $h=R$,故

$$\begin{cases} \sigma_1 = \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) / \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{R} \right) = R(r_1 + r_2) / [r_2(r_1 + R)] \\ \sigma_2 = \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) / \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{R} \right) = R(r_1 + r_2) / [r_1(R - r_1)] \end{cases} \quad (17)$$

由式(17)可以看出, σ_1 、 σ_2 与 r 无关,在齿廓上任意一点啮合时的滑动率都是相等的,这就使得齿面磨损比较均匀。根据齿轮啮合原理及滑动率定义,当重合度达到极限状态时,小齿轮滑动率为 0.405,大齿轮滑动率为 0.108。在相同参数条件下,依据齿轮滑动率定律^[19]计算的标准渐开线齿轮小齿轮齿顶与齿根处滑动率分别为 0.665、1.266,大齿轮齿顶与齿根处的滑动率分别为 0.342、0.865。这证明摆线齿轮滑动率更低,传动性能更佳。

1.4 赫兹接触应力分析

疲劳破坏作为常见的齿轮破坏形式,对齿轮的传动性能有较大的影响,而该齿轮副属于新型多齿啮合传动副,齿间载荷分配十分复杂,属于静不定问题,且目前尚无成熟计算方法与大量的实验研究。因此,本文只能就单轮齿对啮合情况进行分析。假设,任意时刻主动轮作用于从动轮上的转矩为 T_c ,从动轮中心至接触点的齿廓公法线距离为 r_{ci} ,当不考虑其他(摩擦等)因素时,接触点处啮合力可表示为

$$F_i = \frac{T_c}{r_{ci}} \quad (18)$$

根据赫兹接触理论^[20-21]可得任意时刻接触点的齿面接触应力,表示为

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{F_c}{\pi B \rho} \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)^{-1}} \quad (19)$$

$$\rho_{in} = 4 \sin \varphi_i [r_1 - (r_2 - R)] R / (r_2 - r_1) \quad (20)$$

$$\rho_{out} = 4 \sin \varphi_i (R - r_1) (r_2 - R) / (r_2 - r_1) \quad (21)$$

$$\varphi_i = \begin{cases} \left[\left(\varepsilon - \frac{\theta_c z_c}{2\pi} \right) m\pi \right] / 2(r_1 - R) \frac{\theta_c z_c}{2\pi} \leq \varepsilon \\ \left(\theta_c z_c / 2\pi - \varepsilon \right) m\pi / 2R \frac{\theta_c z_c}{2\pi} > \varepsilon \end{cases} \quad (22)$$

式中, ν_1 、 ν_2 为两齿轮的泊松比; E_1 、 E_2 为两齿轮的弹性模量; ρ 为接触点的综合曲率半径; ρ_{in} 为啮入期的综合曲率半径; ρ_{out} 为啮出期的综合曲率半径; φ_i 为不同时刻接触点的压力角; θ_c 为从动轮的转角; z_c 为从动轮的齿数。

将前文中的参数及齿轮强度计算标准代入式(19),可得主动轮的最大接触应力为 445.7 MPa,而相同参数条件下渐开线齿轮主动轮的最大接触应力为 670.9 MPa,证明摆线轮承载性能更佳。

2 摆线正齿轮接触特性分析

2.1 摆线正齿轮传动模型的建立

如上所述,当 $R = r_2 + r_1/2$ 时,即 $t_1 = 0.4053$, $t_2 = 0.1083$ 时重合度取最大值,最大值为 3.0134。基于此建立摆线齿轮外啮合齿轮如图 3(a),同时建立相同参数的渐开线啮合齿轮如图 3(b)所示,齿形数据参数如表 1 所示。由表 1 可知,摆线正齿轮传动的重合度比相同参数情况下渐开线齿轮传动的重合度更高。

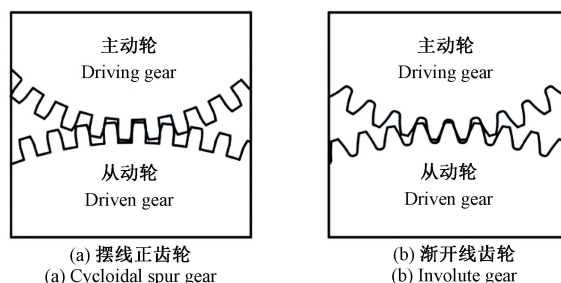


图3 啮合齿轮局部示意图

Fig. 3 Local Diagram of meshing gears

2.2 动态啮合力分析

为了实现齿轮接触应力的精确计算,利用 Adams 软件,对所设计的高重合度齿轮及渐开线齿轮进行动力学分析,求解齿间动态啮合力的变化过程。

为避免齿轮接触初期速度突变所造成的冲击,小齿轮驱动转速以 $\text{step}(\text{time}, 0, 0d, 0.5, 1200d)$ 的阶跃函数形式施加,转速为 200 r/min。从动齿轮上施加负载以 $\text{step}(\text{time}, 0, 0, 0.01, 100000)$ 的阶跃函数形式

表1 齿轮参数

Tab. 1 Gear parameter

	齿数比 Gear ratio	压力角 Pressure angle / (°)	模数 Module/mm	齿厚 Tooth thickness/mm	重合度 Overlap ratio
摆线正齿轮 Cycloidal spur gear	40/80	20	2	10	3.0134
渐开线齿轮 Involute gear	40/80	20	2	10	1.76

施加,其大小为 $100 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。接触参数经计算可得阻尼系数 $C = 50 \text{ N} \cdot \text{s}/\text{mm}$, 穿透深度 $d = 0.1 \text{ mm}$, $k = 6.4 \times 105 \text{ N}/\text{mm}$, $e = 1.5$ 。仿真时间为 2 s , 步长为 400 。图 4(a) 所示为高重合度齿轮啮合力仿真曲线。为了便于比较,图 4(b) 给出了相同参数的渐开线齿轮的啮合力仿真曲线。

由图 4 可知,与渐开线齿轮相比,摆线正齿轮齿间啮合力由 3 或 4 个齿轮共同承担,且由于摆线齿轮啮合线是圆弧,在传动转矩一定的条件下,齿面啮合力的方向与大小都是变化的,所以啮合力波动大,使得摆线正齿轮径向接触力略大于渐开线齿轮,相较于渐开线齿轮,不适用于高速传动。但在啮合传动中起主要影响的是切向啮合力,而与相同工况下的渐开线标准齿轮相比,摆线正齿轮齿间切向啮合力由 $1\,306.8 \text{ N}$ 减小为 $1\,238.2 \text{ N}$,比渐开线传动减小了 5.24% 。同时,摆线正齿轮重合度达到 $3.013\,4$,故该摆线正齿轮的传动性能要优于渐开线齿轮。

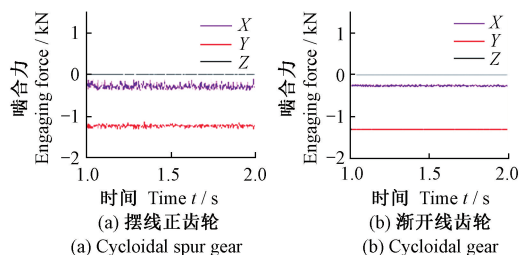


图 4 动态啮合力示意图

Fig. 4 Diagram of dynamic meshing force

2.3 静力学仿真结果分析

运用 Ansys Workbench 对传动模型进行有限元求解设置^[22],通过求解计算后得到如图 5 所示的传动模型静力学分析结果。通过对传动模型施加 $100 \text{ N} \cdot \text{m}$ 力矩,其力学分析结果如图 5(a) 所示。由图 5(a) 可知,该状态下相啮合的两齿轮在齿根和接触部位有明显的受力,且齿根部位受力更为明显,最大接触应力达到 456.99 MPa 。同时,为防止出现特殊情况,对该齿轮传动模型进行了 200 、 300 、 $400 \text{ N} \cdot \text{m}$ 力矩驱动下的静力学分析,结果分别如图 5(b)、(c)、(d) 所示。由图 5 可以看出,在不同力矩下,相接触两齿轮出现最大应力部位与 100 N 时是相似的。

2.4 轮齿最大应力及分布

为详细了解齿轮从启动到平稳运转整个过程中的应力分布情况,本文模拟了 7 个轮齿的啮合过程,如图 6 所示。因为齿轮啮合过程中,第①齿与第⑦齿啮合不完整,会对最终分析造成影响,所以选取第②~⑥齿的啮合应力曲线图。齿轮运转过程中,载荷过大是导致齿轮损坏的主要原因,因此齿轮啮合过程中最大应力值和其分布是研究的重点。图 6 所示为整个齿轮啮

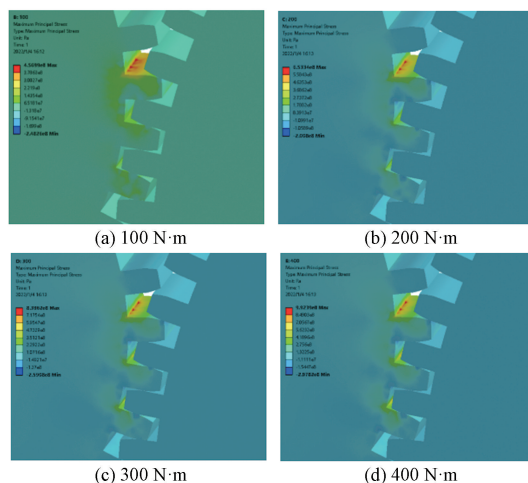


图 5 高重合度摆线齿轮静态分析的应力云图

Fig. 5 Stress nephogram of high coincidence cycloid gear static analysis

合过程中最大 von Mises 应力值及其分布。为保证分析数据的完整性,选取第④齿的啮合应力曲线(图 6) 进行分析。

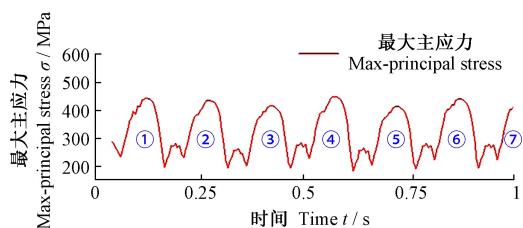


图 6 啮合过程最大接触应力曲线图

Fig. 6 Maximum contact stress curve of meshing process

如图 7 所示,第 1 阶段从动轮齿根受压力,第 2 阶段主动轮齿根受压力,第 3 阶段主动轮齿根受拉力,第 4 阶段为主动轮齿顶受压力。由图 7 可知,第④齿在 0.425 s 时的 von Mises 应力最大,当其 von Mises 应力达到峰值后急速降低,在 0.475 s 时降到最低点。而由图 8 可知,应力较大的地方主要分布在主动轮齿根处。其中主动轮齿根处的应力最大,其原因可依据齿轮啮合原理来解释,啮合时齿轮齿面的接触位置在啮合线上,主动轮和从动轮通过啮合位置进行力的传递,故其接触位置的应力较大。由于轮齿对齿轮本体相当于 1 个悬臂梁,导致啮合力产生的力矩和齿根处的应力集中,使得齿根处出现最大拉应力或压应力。

2.5 多工况应力分析

为验证不同力矩对摆线正齿轮接触应力的影响情况,设置了 4 组力矩 (100 、 200 、 300 、 $400 \text{ N} \cdot \text{m}$),通过仿真来探究其影响程度,结果如图 9 所示,显示了不同工况下的齿轮齿面时变接触应力变化情况。由图 9 可以看出,力矩与啮合齿轮齿面接触应力大小呈现正相关,随着力矩的增大,齿面接触应力增大。同时,随着力矩的增大,动态啮合力也增大,进而导致轮齿中心距增大,但其增幅相对较小。从低到高的曲线波动趋势可

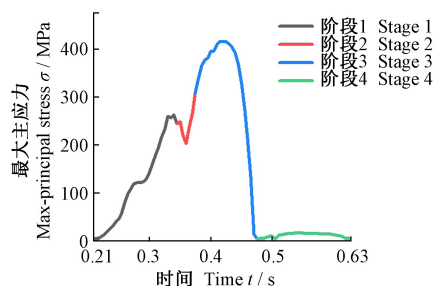


图 7 单齿最大接触应力分析

Fig. 7 Analysis of the maximum contact stress of single tooth

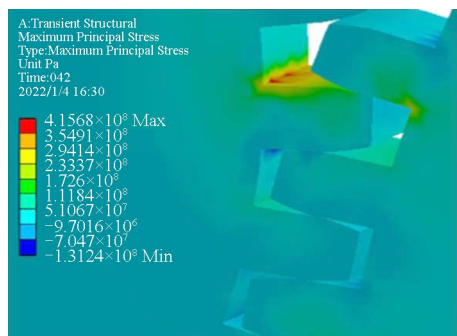


图 8 最大应力示意图

Fig. 8 Diagram of the maximum stress

以看出,随着力矩的增加,齿面接触应力的最大值与最小值差异逐渐变小,这表明力矩越大,动态啮合力的波动越小,齿轮运行过程更加平稳。

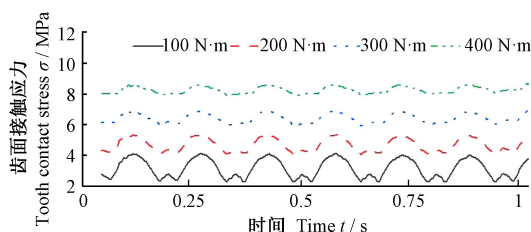


图 9 不同工况下啮合过程接触应力曲线图

Fig. 9 Contact stress curve of meshing process under different working conditions

3 疲劳寿命分析

本文所设计摆线正齿轮,本体材料采用 QT450,其强度极限为 450 MPa。在瞬态动力学分析过程中,得到了齿轮在啮合过程中各啮合位置的等效应力和接触应力,在整个齿轮运转过程中,最大等效应力和接触应力均小于强度极限。而在齿轮传动中造成结构失效的主要原因是疲劳失效,因此本文运用 Ansys 中的疲劳分析模块 Fatigue Tool,使用 Ncode 材料库中对应材料的 S-N 曲线(图 10)。采用广泛使用的应力-寿命方法,确定了应力循环次数,并计算出最大等效应力出现的最大时间点 0.565 s 时的疲劳寿命,结果如图 11 所示。结合之前的受力分析可以观察到,最易发生疲劳破坏的位置位于主动轮与从动轮啮合处以及齿根部

分,最小疲劳寿命为 4.534×10^6 次。由此可以得出结论:瞬态动力学强度分析中传动系统的受力分布情况和寿命云图整体保持一致,且出现循环次数较少的局部集中的特点,主要集中在齿轮的啮合位置及齿根部位,导致这种现象的主要原因在于此处应力较大。

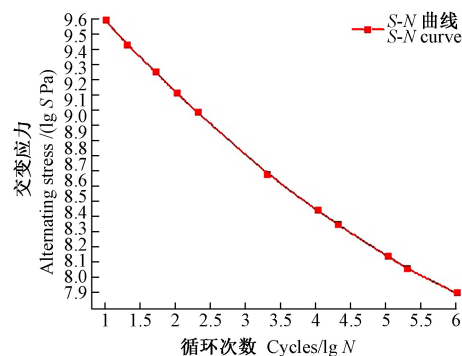


图 10 QT450 S-N 曲线

Fig. 10 QT450 S-N curve

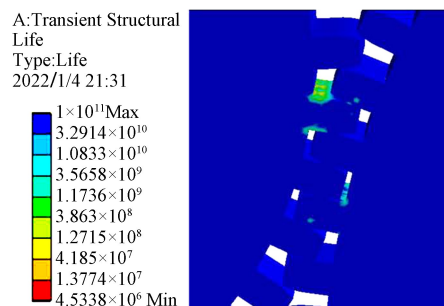


图 11 疲劳寿命应力云图

Fig. 11 Stress nephogram of fatigue life

4 结论

为提高齿轮的传动性能,本文基于啮合线原理提出了一种低滑动率摆线正齿轮,并对其重合度、传动稳定性、接触应力和疲劳寿命等传动特性进行了分析,得到结论如下:

1) 提出了一种新型低滑动率摆线外啮合正齿轮副,采用笛卡儿坐标系绘制出齿轮副啮合坐标,对啮合线上各点进行参数化表达,并根据啮合原理计算推导了齿廓方程。

2) 根据重合度公式与所设计外摆线正齿轮啮合曲线方程,推导出所设计齿轮最大重合度,结果显示当 $R=r_2+r_1/2$ 时,重合度达到最大。

3) 基于最大重合度建立啮合齿轮对模型,通过动力学仿真,获得未修形状态下的高重合度摆线齿轮齿间切向啮合力为 1 238.2 N,与相同工况下的渐开线标准齿轮相比,减小了 5.24%。

4) 由应力分析可得,高重合度摆线齿轮在运转过程中所产生接触以及拉、压应力的主要集中部位,并结合寿命分析可推断,齿轮疲劳破坏主要集中在轮齿啮

合部位以及齿根、齿顶处;根据多工况应力分析,动态啮合力与负载呈负相关。且整个系统运行过程中冲击、振动小,运行平稳。

参考文献 (References)

- [1] 陈兵奎, 梁 栋, 高艳娥. 齿轮传动共轭曲线原理[J]. 机械工程学报, 2014, 50(1): 130-136.
CHEN BingKui, LIANG Dong, GAO YanE. The principle of conjugate curves for gear transmission [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50 (1): 130-136 (In Chinese).
- [2] 陈兵奎, 高艳娥, 梁 栋. 共轭曲线齿轮齿面的构建[J]. 机械工程学报, 2014, 50(3): 18-24.
CHEN BingKui, GAO YanE, LIANG Dong. Tooth profile generation of conjugate-curve gears [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(3): 18-24 (In Chinese).
- [3] BAI H W, HUANG W J, SONG A P, et al. Analysis of geometric parameters and bearing capacity of arc-tooth-trace cycloidal cylindrical gear pairs[J]. Automobile Parts, 2018(7): 6-11.
- [4] PENG Y, SONG A, SHEN Y, et al. A novel arc-tooth-trace cycloid cylindrical gear[J]. Mechanism and Machine Theory, 2017, 118: 180-193.
- [5] HAN Z H, SHI W K, XIAO Y Y, et al. Analysis on transmission characteristics of novel composite cycloid cylindrical gears for external driving[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2016, 50(9): 10-19.
- [6] 陆龙生, 张飞翔, 万珍平, 等. 基于回差优化的 RV 减速器摆线轮齿廓修形[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2018, 46(9): 1-8.
LU LongSheng, ZHANG FeiXiang, WAN ZhenPing, et al. Cycloidal gear tooth profile modification of RV reducer based on backlash optimization [J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2018, 46 (9): 1-8 (In Chinese).
- [7] 陆龙生, 张飞翔, 唐 恒, 等. 基于优化承载能力的 RV 减速器摆线齿轮齿廓的等距-移距修形[J]. 中国机械工程, 2019, 30(17): 2022-2029.
LU LongSheng, ZHANG FeiXiang, TANG Heng, et al. Equidistant & radial-moving modifications of cycloidal gear tooth profiles used in RV reducer based on optimized carrying capacity [J]. China Mechanical Engineering, 2019, 30(17): 2022-2029 (In Chinese).
- [8] TANG W, HUANG Y, WU Y, et al. Geometry design, meshing analysis and error influences of face-hobbed cycloidal bevel gears with double circular-arc profile for a nutation drive[J]. Mechanism and Machine Theory, 2022, 176: 105001.
- [9] 李红勋, 金晓辉, 叶 鹏, 等. 基于有限元法的高重合度摆线内齿轮副时变啮合特性研究[J]. 机械工程学报, 2021, 57(11): 206-219.
LI HongXun, JIN XiaoHui, YE Peng, et al. Research of time-varying mesh characteristics of cycloid internal gear pair with high contact ratio based on finite element method [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57(11): 206-219 (In Chinese).
- [10] 贵新成, 李红勋, 金晓辉, 等. 高重合度摆线内齿轮副齿面接触强度研究[J]. 机械工程学报, 2019, 55(23): 109-119.
GUI XinCheng, LI HongXun, JIN XiaoHui, et al. Tooth surface contact strength of cycloid internal gear pair with high contact ratio [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(23): 109-119 (In Chinese).
- [11] 贵新成, 李立顺, 李红勋, 等. 高重合度摆线内齿轮副时变啮合刚度计算与齿间载荷分配研究[J]. 机械工程学报, 2018, 54(21): 101-112.
GUI XinCheng, LI LiShun, LI HongXun, et al. Time-varying mesh stiffness calculation and load distribution among teeth of cycloid internal gear pair with high contact ratio [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(21): 101-112 (In Chinese).
- [12] 贵新成, 詹隽青, 叶 鹏, 等. 高重合度内啮合复合摆线齿轮传动设计与分析[J]. 机械工程学报, 2017, 53(1): 55-64.
GUI XinCheng, ZHAN JunQing, YE Peng, et al. Design and analysis of internal compound cycloid gear transmission with high contact ratio [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53 (1): 55-64 (In Chinese).
- [13] 王均刚, 王观田, 刘燕德, 等. 风电行星齿轮的低滑动率椭圆摆线齿廓设计[J]. 太阳能学报, 2020, 41(12): 229-237.
WANG JunGang, WANG GuanTian, LIU YanDe, et al. Design of elliptic cycloid profile with low sliding rate for wind power planetary gear transmission [J]. Acta Energaie Solaris Sinica, 2020, 41 (12): 229-237 (In Chinese).
- [14] 张 宇, 严宏志. 两种基本线型与其共轭曲线的滑动率研究[J]. 机械设计, 2014, 31(2): 44-47.
ZHANG Yu, YAN HongZhi. Study of sliding rate of two basic curves and its conjugate curves [J]. Journal of Machine Design, 2014, 31 (2): 44-47 (In Chinese).
- [15] 陈厚军, 张玲玲, 颜光稳, 等. 双曲型法向圆弧齿轮传动的滑动特性分析[J]. 机械设计, 2018, 35(2): 94-97.
CHEN HouJun, ZHANG LingLing, YAN GuangWen, et al. Analysis on sliding characteristics of hyperboloidal-type normal circular-arc gears[J]. Journal of Mechanical Design, 2018, 35(2): 94-97 (In Chinese).
- [16] CHEN Y, LI Z, XIE X, et al. Design methodology for coplanar axes line gear with controllable sliding rate [J]. Strojinski Vestnik/ Journal of Mechanical Engineering, 2018, 64(6): 362-372.
- [17] LI X P, BEN D C. Precise control of sliding rate difference of cylindrical involute gear with large modulus[J]. Machinery Design & Manufacture, 2018(3): 88-90.
- [18] 贵新成, 詹隽青, 叶 鹏, 等. 外啮合摆线齿轮的重合度的提高方法; CN105221704A[P]. 2016-01-06.
GUI XinCheng, ZHAN JunQing, YE Peng, et al. Method of improving contact ratio of external cycloid gear; CN105221704A [P]. 2016-01-06 (In Chinese).
- [19] 李优华, 丁 炜, 刘忠明, 等. 开式齿轮齿条传动滑动率计算及变位系数优化分析[J]. 机械设计, 2020, 37(A2): 78-82.
LI YouHua, DING Wei, LIU ZhongMing, et al. Calculation of sliding ratio and optimization analysis of modification coefficient of open pinion and rack drive [J]. Journal of Mechanical Design, 2020, 37(A2): 78-82 (In Chinese).
- [20] VIVET M, MUNDO D, TAMAROZZI T, et al. An analytical model for accurate and numerically efficient tooth contact analysis under load, applied to face-milled spiral bevel gears[J]. Mechanism and Machine Theory, 2018, 130: 137-156.
- [21] CHEN K K, MA H, CHE L Y, et al. Comparison of meshing characteristics of helical gears with spalling fault using analytical and finite-element methods [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 121: 279-298.
- [22] 姜碧琼, 任重义, 段建中, 等. 圆弧齿廓圆弧齿线圆柱齿轮建模及承载能力分析[J]. 机械强度, 2022, 44(3): 742-746.
JIANG BiQiong, REN ZhongYi, DUAN JianZhong, et al. Modeling and carrying capacity analysis of circular arc tooth profile circular arc tooth line cylindrical gear [J]. Journal of Mechanical Strength, 2022, 44(3): 742-746 (In Chinese).